ԱՓ 08/02-10

Հայաստանի Հանրապետության
կենտրոնական բանկ

ԱՇԽԱՏԱՆՔԱՅԻՆ ՓԱՍՏԱԹՈՒ

Սղաճի կանխատեսված արժեքների հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի (FAN CHART) կառուցումը և մեկնաբանությունը

Հեղինակներ՝ Աշոտ Սարգսյան

Դրամավարկային քաղաքականության վարչություն

ԵՐԵՎԱՆ 2002

Բովանդակություն

1. Ներածություն.....էջ 1
2. FAN CHART-ի տեսական նկարագրությունը.....էջ 1
3. FAN CHART-ի կառուցումը.....էջ 3
4. Եզրակացություն .....էջ 6
5. Հավելված.....էջ 7
6. Գրականության ցանկ.....էջ 8

Ներածություն

Կենտրոնական բանկերում կատարվող կանխատեսումները մեծամասամբ օգտագործվում են իրականացվելիք դրամավարկային քաղաքականության ընթացքի վերաբերյալ որոշումներ կայացնելիս: Այնուամենայնիվ, ոչ բոլոր կենտրոնական բանկերն են հրապարակում այդ կանխատեսումների արդյունքները: Կանխատեսման արդյունքների հրապարակման նպատակն է դրամավարկային քաղաքականությունը դարձնել ավելի արդյունավետ և թափանցիկ, նվազագույնի հասցնել կենտրոնական բանկի գործողությունների և մտադրությունների վերաբերյալ հասարակության շրջանում առկա անորոշության չափը: Սակայն հաճախ, հրապարակելով փոփոխականների կանխատեսված ծրագրային արժեքները, ԿԲ-ն ի վիճակի չի լինում դիտարկվող ժամանակահատվածի ընթացքում ապահովել դրանք: Վերջինիս հետևանքով կարող է վտանգվել ԿԲ վարկանիշը (credibility): Այս պատճառով հաճախ անհրաժեշտություն է առաջանում ընտրություն կատարել իրականացվող քաղաքականության թափանցիկության և ԿԲ վարկանիշի միջև:

Կանխատեսումները հրապարակելով հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի տեսքով՝ կենտրոնական բանկերը կարող են խուսափել թափանցիկության և վարկանիշի միջև ընտրություն կատարելու դժվարին խնդրից: Այս դեպքում հրապարակվում են ոչ միայն կանխատեսումների արդյունքում ստացված կետային արժեքները, այլ նաև ապագայում այդ արժեքներից հնարավոր շեղման միջակայքերը: Այդ միջակայքերը ներկայացվում են, այսպես կոչված՝ հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի տեսքով (Fan chart) և արտահայտում են կանխատեսված արժեքից ապագայում հնարավոր շեղման ռիսկերի վերաբերյալ ԿԲ տեսակետը: Այլ կերպ ասած՝ հավանականությունների բաշխման գրաֆիկը ցույց է տալիս երևույթների զարգացման ապագա ընթացքի վերաբերյալ ԿԲ գնահատականը:

FAN CHART-ի տեսական նկարագրությունը

Հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի կառուցման անհրաժեշտությունը պայմանավորված է նրանով, որ բոլոր կանխատեսումները ինչ-որ չափով անորոշ են: Կարևոր է հաշվի առնել ոչ միայն կոնկրետ կանխատեսված արժեքները, այլ նաև բոլոր այն ռիսկերը, որոնց արդյունքում կարող են շեղումներ առաջանալ այդ արժեքներից: Հիմնվելով միայն կետային կանխատեսումների վրա՝ մենք չենք կարող բավարար չափով տեղեկատվություն ստանալ դրանց հետ կապված անորոշությունների կառուցվածքի և աղբյուրների մասին: Այդ պատճառով կարևորվում է որոշակի վստահության միջակայքի կառուցման խնդիրը, որը թույլ կտա գնահատել իրադարձությունների զարգացման հավանական ընթացքը: Սովորաբար այդ միջակայքերի կառուցման համար կիրառվում են նախորդ կանխատեսումների սխալները՝ ենթադրությամբ, որ դրանք ունեն նորմալ բաշխում: Այսինքն՝ այս դեպքում ենթադրում ենք, որ սղաճի հնարավոր ապագա արժեքները սիմետրիկ են ցրված կենտրոնի շուրջ: Դա նշանակում է, որ ապագայում կանխատեսված արժեքից վերև կամ ներքև շեղումները հավասարահնարավոր են (ռիսկերը հաշվեկշռված են) և ինչքան մոտ են կենտրոնին, այնքան ավելի մեծ է դրանց տեղի ունենալու հավանականությունը:

Սակայն կոնկրետ իրավիճակներում հնարավոր է ասիմետրիկության մասին ենթադրությունը (ռիսկերը անհաշվեկշռված են): Այսինքն՝ այս դեպքում կանխատեսված արժեքներից որևէ կոնկրետ ուղղությամբ (վերև / ներքև) շեղումները ավելի հավանական են, քան հակառակ ուղղությամբ (ներքև / վերև): Մեթոդը, որ առաջին անգամ կիրառվել է Անգլիայի բանկի կողմից, հաշվի է առնում ասիմետրիկության առկայությունը: Այդ պատճառով այստեղ կիրառվում է ոչ թե նորմալ բաշխման, այլ այսպես կոչված՝ երկու-կտոր նորմալ բաշխման գաղափարը (“two-piece” normal distribution): Բաշխումը դուրս բերելու համար անհրաժեշտ է գնահատել երեք պարամետր՝

1. սղաճի կենտրոնական արժեքը՝ որպես կոնկրետ նպատակային սցենար,
2. անորոշության չափը (դիսպերսիան),
3. ռիսկերի հարաբերական հաշվեկշիռը՝ անհամաչափության (asymmetry) գործակցի գնահատման նպատակով:

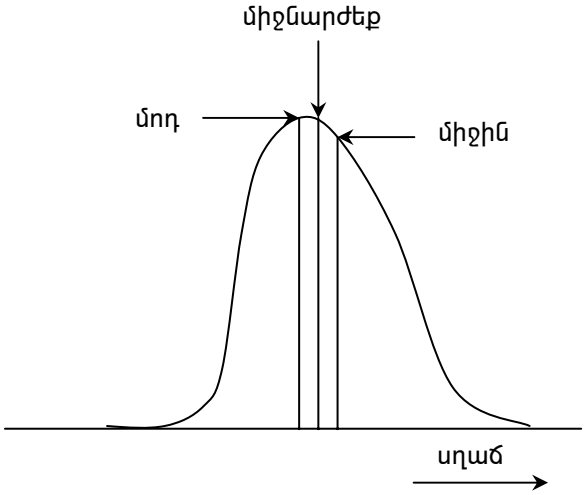
Այժմ քննարկենք վերոնշյալ երեք պարամետրերը առանձին-առանձին:

1. Որպես սղաճի կենտրոնական նպատակային արժեք՝ վերցվում է ԿԲ կողմից կանխատեսումների միջոցով ստացված արժեքը: Այնուհետև այդ արժեքը մեկնաբանվում է որպես վիճակագրական բաշխման մոդ (mode), քանի որ դա գիտելիքների և դատողությունների վրա հիմնված միակ ամենահավանական արդյունքն է: Եթե ռիսկերը սիմետրիկ են բաշխված այս կենտրոնի (կանխատեսված արժեքի) շուրջ, ապա այն կարելի է մեկնաբանել նաև որպես բաշխման միջին (mean): Այսինքն՝ այս դեպքում մոդը և միջինը

իրար հավասար են: Սակայն, երբ ռիսկերը անհաշվեկշռված են, միջինը և մոդը միանգամայն տարբեր մեծություններ են:

Այստեղ տեղին է նշել նաև միջնարժեքի (median) հասկացությունը, որը բաշխումը կիսում է երկու հավասար մասի: Բաշխման գրաֆիկի (Fan chart) մեկնաբանման համար շատ կարևոր է մոդի, միջինի և միջնարժեքի միջև փոխադարձ կապի ճիշտ պատկերացումը:

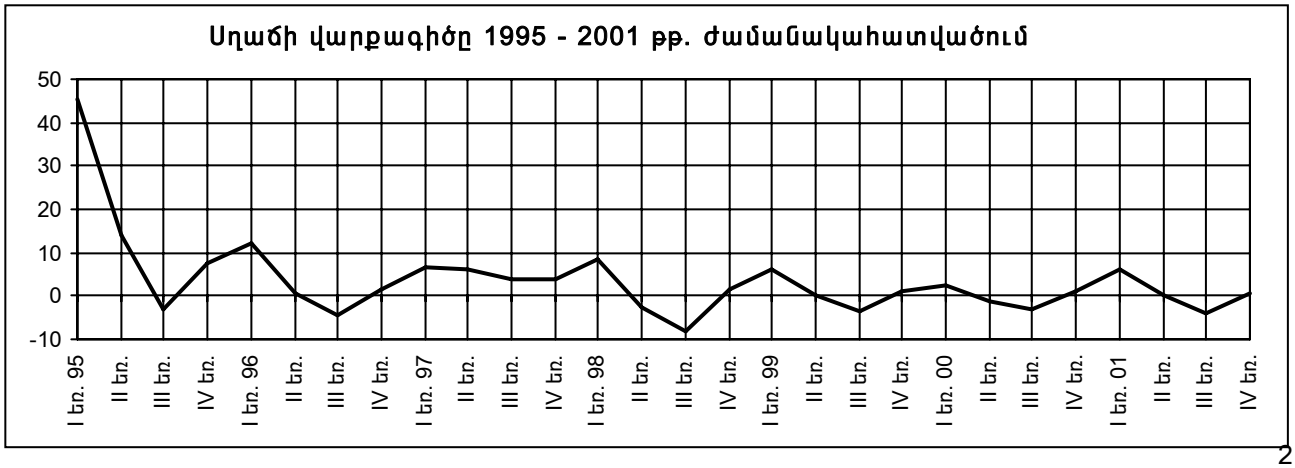
Գրաֆիկ 1



Գրաֆիկ 1-ում պատկերված են վերոնշյալ երեք բնութագրիչները այն դեպքի համար, երբ բաշխումը անհամաչափ է (asymmetryc distribution): Ըստ գրաֆիկի՝ երբ աճի ուղղությամբ ռիսկերը գերակշռում են, ապա միջին սղաճը կլինի ավելի մեծ, քան միջնարժեքը, որն էլ իր հերթին մեծ է մոդից:

2. Անորոշության չափը երկրորդ կարևոր պարամետրն է, որը թույլ է տալիս դատողություններ անել կանխատեսված արժեքից ապագայում հնարավոր շեղումների մեծության վերաբերյալ: Անորոշության չափի սկզբնական (առաջնային) մեծության գնահատման համար հիմք են հանդիսանում նախորդ տարիների կանխատեսման սխալները: Որպես անորոշության աստիճանը արտահայտող ցուցանիշ՝ ընդունված է կիրառել վարիացիայի ցուցանիշը: Օրինակ՝ Անգլիայի բանկում անորոշության սկզբնական գնահատումը կատարվում է նախորդ տասը տարիների կանխատեսման սխալների հիման վրա: Այնուհետև անորոշության ստացված գնահատականը որոշակիորեն ճշգրտվում է (ավելացվում կամ պակասեցվում)՝ Դրամավարկային քաղաքականության կոմիտեի (ԴՔԿ) կողմից կատարված սուբյեկտիվ առաջարկությունները հաշվի առնելով: Ընդ որում, հնարավոր ռիսկերի գնահատման նպատակով ԴՔԿ-ի կողմից կազմակերպված քննարկումներին մասնակցում են նաև բանկի համապատասխան մասնագետները: Փաստորեն, կանխատեսված արժեքից շեղման հնարավոր ռիսկերը գնահատելիս հաշվի են առնվում ոչ միայն նախորդ փաստացի ցուցանիշները, այլ նաև ապագա սպասումները (forward-looking view of the risks): Այդ սուբյեկտիվ ճշգրտումները պայմանավորված են այն հանգամանքով, որ ապագա անորոշության մակարդակը կարող է ավելի մեծ կամ ավելի փոքր լինել անցյալի համեմատությամբ: Օրինակ, ստորև բերված գրաֆիկից կարելի է նկատել, որ սկսած 1999 թվականից՝ սղաճը ՀՀ-ում ունեցել է ավելի կայուն վարքագիծ, քան նախորդ տարիներին, որը նպաստել է կանխատեսման ճշգրտության մեծացմանը:

Գրաֆիկ 2

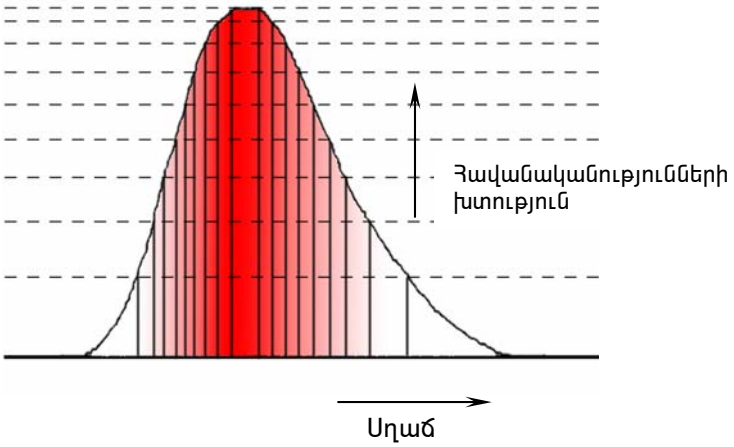


3. Ունենալով սղաճի կանխատեսված արժեքները (որպես կենտրոնական նպատակային սցենար), ինչպես նաև այդ արժեքներից շեղման հնարավոր ռիսկերի գնահատականը՝ կարող է պարզ դառնալ, որ ռիսկերը անհաշվեկշռված են: Ռիսկերի անհաշվեկշռվածությունը նշանակում է, որ ապագայում, կանխատեսված արժեքից որևէ կոնկրետ ուղղությամբ շեղումներն ավելի հավանական են, քան հակառակ ուղղությամբ: Ըստ հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի (fan chart) կառուցման մեթոդաբանության, որպես ռիսկերի անհաշվեկշռվածությունը արտահայտող ցուցանիշ՝ հանդես է գալիս միջինի և մոդի միջև տարբերությունը՝ γ = mean - mode: Այդ տարբերության՝ ոչ զրոյական մեծություն լինելու փաստը վկայում է կանխատեսված արժեքների բաշխման ասիմետրիկության մասին (measure of skewness): Երբ γ պարամետրը բացասական է ($\gamma < 0$), ապա բաշխումը թեքված է դեպի ձախ կամ, այլ կերպ ասած, կանխատեսված արժեքից դեպի ներքև շեղումներն ապագայում գերակշռում են: Երբ γ-ն դրական է ($\gamma > 0$), նշանակում է՝ աճի ուղղությամբ ռիսկերն են գերակշռող: Եվ վերջապես, երբ բաշխումը սիմետրիկ է, ապա թեքվածություն գոյություն չունի ($\gamma = 0$), որն էլ նշանակում է, որ կանխատեսված արժեքից վերև կամ ներքև շեղումները հավասարահնարավոր են:

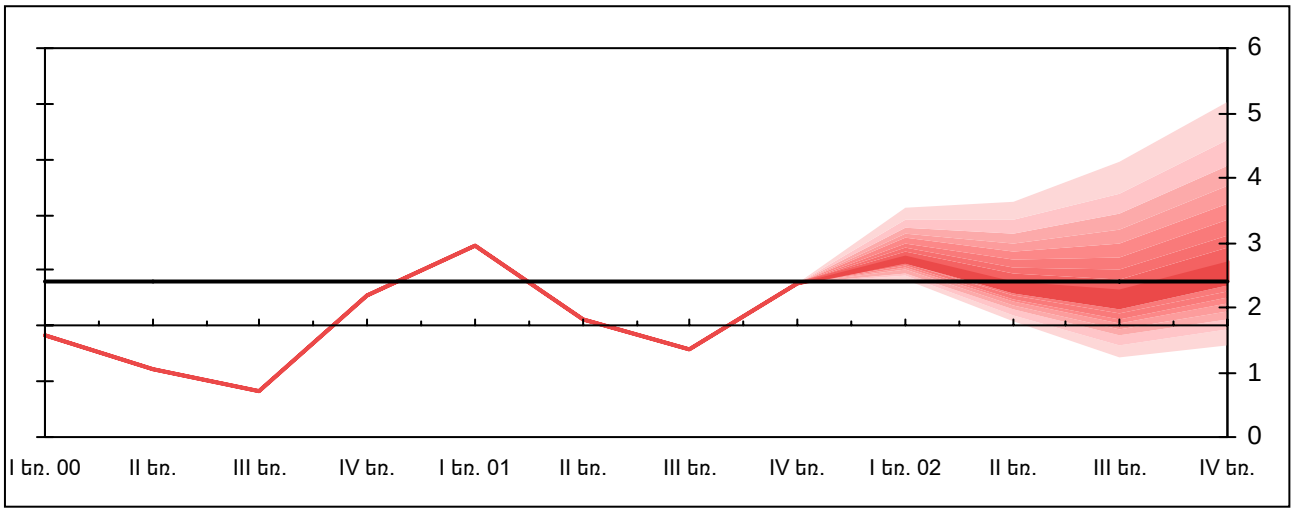
FAN CHART-ի կառուցումը

Ունենալով սղաճի կանխատեսված արժեքները՝ որպես կենտրոնական նպատակային սցենար (մոդ), անորոշության չափը (դիսպերսիա) և ռիսկերի հաշվեկշիռը (միջին - մոդ)՝ կարող ենք կառուցել սղաճի կանխատեսված արժեքների հավանականությունների բաշխման գրաֆիկը: Fan chart-ը ավելի լավ հասկանալու համար քննարկենք ստորև ներկայացված գրաֆիկները:

Գրաֆիկ 3



Գրաֆիկ 4



Գրաֆիկ 3-ում պատկերված է հավանականությունների խտության ֆունկցիան (pdf) որոշակի եռամսյակի համար: Խտության ֆունկցիայի բարձրությունը համապատասխանում է այդ ժամանակահատ-

վածում սղաճի որևէ կոնկրետ արժեքի հանդես գալու հավանականությանը: Հետևապես, կարող ենք ասել, որ կենտրոնական նպատակային սցենարը (կանխատեսված արժեք) համապատասխանում է բաշխման գագաթին, քանի որ կապված է մոդի հետ:

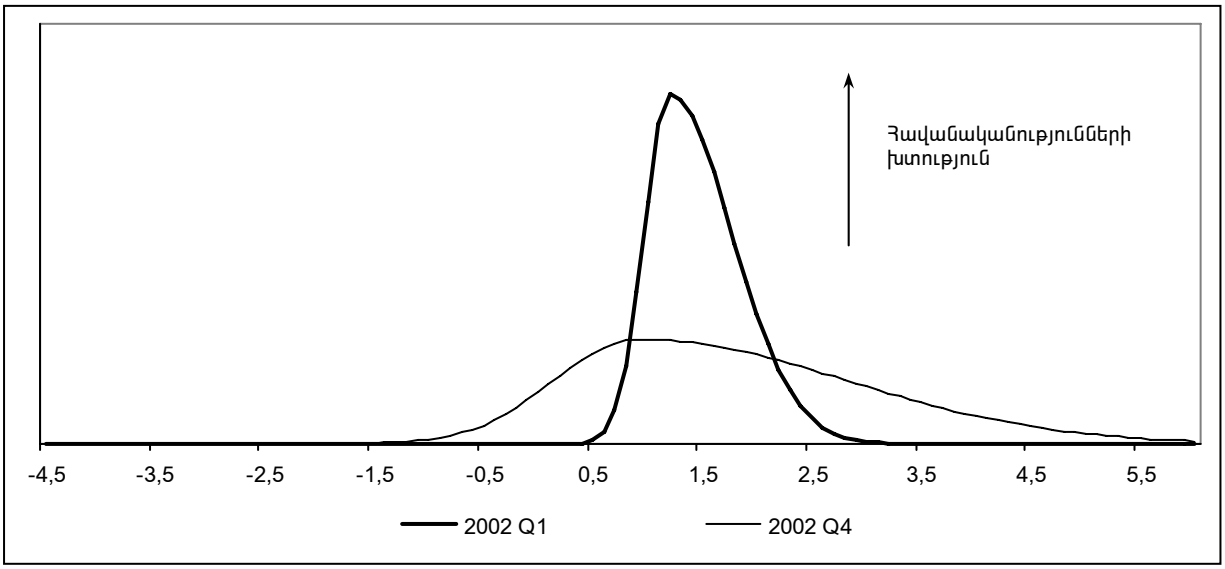
Գրաֆիկ 4-ում պատկերված է հավանականությունների բաշխման գրաֆիկը (Fan chart), որտեղ արդեն ի մի են բերված կանխատեսվող ամբողջ ժամանակահատվածի համար հավանականությունների առանձին բաշխումները: Այն բաղկացած է միջակայքերից, որոնցից յուրաքանչյուրը ներկված է կարմիր գույնով, և ինչքան տվյալ միջակայքը հեռու է կենտրոնից, այնքան կարմիրն ավելի թույլ է արտահայտված (river of blood): Յուրաքանչյուր միջակայքի գունային գամման արտացոլում է ինֆլյացիայի՝ տվյալ միջակայքում ընկնելու հարաբերական հավանականությունը (ինչքան գույնը մուգ է, այնքան հավանականությունը մեծ է): Միջակայքերը կառուցվում են հետևյալ կերպ (տես գրաֆիկ 3). մոդի (mode) երկու կողմերում վերցվում է հավասար հավանականություններով երկու կետ: Այնուհետև, հավանականությունները հավասար պահելով, այդ երկու կետերը միաժամանակ հեռացվում են կենտրոնից այնքան, մինչև դրանցով սահմանափակված միջակայքը կընդգրկի բաշխման 10%-ը: Այդ միջակայքը ներկվում է մուգ կարմիր: Հավանականությունները թողնելով նույնը՝ նորից հեռացնում ենք այդ երկու կետերը, մինչև դրանք կընդգրկեն բաշխման 20%-ը: Ստացված երկու նոր միջակայքերը, որոնք գտնվում են մոդի աջ և ձախ կողմերում, ներկվում են միևնույն գույնով, որը սակայն ավելի բաց է, քան առաջինը: Գործընթացը շարունակվում է այնքան, մինչև որ կներառվի բաշխման 90%-ը:

Հավանականությունների բաշխման գրաֆիկը ցույց է տալիս հնարավոր ելքերի հարաբերական հավանականությունը: Կենտրոնի մուգ կարմիր միջակայքը, որը ներառում է նաև կենտրոնական նպատակային սցենարը (կանխատեսված արժեքները) ցույց է տալիս, որ 10%-ով հնարավոր է, որ ժամանակի ցանկացած պահին սղաճը կգտնվի այդ միջակայքում:

Հավանականությունների բաշխման գրաֆիկին մշտապես բնորոշ են հետևյալ հատկությունները.

- կենտրոնական միջակայքի յուրաքանչյուր կողմում գոյություն ունեն հավասար թվով միջակայքեր (8 հատ),
- միջակայքերի յուրաքանչյուր զույգ ընդգրկում է բաշխման 10%-ը, սակայն եթե ռիսկերը անհաշվեկշռված են, ապա միևնույն գույնի միջակայքերը տարբեր լայնություն ունեն,
- կենտրոնական նպատակային արժեքները միշտ գտնվում են ամենամուգ կարմիր միջակայքում, քանի որ այն կապվում է մոդի հասկացության հետ:
- յուրաքանչյուր ժամանակահատվածի համար կենտրոնական միջակայքից ավելի հեռու գտնվող միջակայքերի գունային երանգն ավելի բացանում է (թուլանում է)՝ արտահայտելով հարաբերականորեն առավել փոքր հավանականություն,
- յուրաքանչյուր հաջորդ ժամանակահատվածի համար հավանականությունների բաշխման գրաֆիկն ավելի լայն տեսք ունի, որը վկայում է, որ կանխատեսման հորիզոնի ընդլայնման հետ աճում է նաև անորոշությունը (օրինակ՝ մեկ եռամսյակ հետո հնարավոր ելքի որոշակիությունն ավելի մեծ է, քան մեկ տարի հետո): Այդ է վկայում նաև ստորև բերված փաստացի թվային շարքերի հիման վրա կառուցված գրաֆիկը:

Գրաֆիկ 5



Գրաֆիկ 4-ում պատկերված է ՀՀ համար կանխատեսված սղաճի հավանականությունների բաշխումը: Վերջինիս կառուցման համար օգտագործվել են 2002 թ. համար P-STAR սղաճի մոդելի միջոցով կանխատեսված բնականոն սղաճի ցուցանիշները:

Գրաֆիկից կարելի է նկատել, որ այն թեքված է դեպի վեր: Դա ցույց է տալիս, որ կանխատեսված արժեքից աճի ուղղությամբ ռիսկերը ապագայում գերակշռող են: Այդ է վկայում նաև այն, որ կենտրոնական նպատակային սցենարից (ամենամուգ միջակայք) դեպի վեր գտնվող յուրաքանչյուր միջակայք ավելի լայն է, քան ներքևում գտնվող նույն գունային երանգն ունեցող համապատասխան միջակայքը: Ասվածն ավելի պարզ դարձնելու համար հավանականությունների խտության ֆունկցիայի միջոցով հաշվարկվել են նաև միջին տարեկան սղաճի՝ տարբեր միջակայքերում ընկնելու հավանականությունները: Ստորև աղյուսակի տեսքով ներկայացված են ստացված արդյունքները.

I տարբերակ *(տարեկան միջին սղաճ)*

Միջակայք	ավելի քիչ, քան 1%	1% - 2%	2% - 3%	3% - 4%	4% - 5%	5% - 6%	ավելի, քան 6%
Հավանականություն (%)	3	17	29	24	16	8	3

II տարբերակ *(տարեկան միջին սղաճ)*

Միջակայք	ավելի քիչ, քան 0.5%	0.5% - 2%	2% - 3.5%	3.5% - 5%	5% - 6.5%	ավելի, քան 6.5%
Հավանականություն (%)	1	19	43	26	9	2

Նախ նշենք, որ մոդը (ամենահավանական արժեք) 2002 թ. միջին սղաճի ծրագրային ցուցանիշն է (2.3%): Հետևաբար, վերը ներկայացված երկու տարբերակներում մոդը պարունակող միջակայքում ընկնելու հավանականությունը ամենամեծն է: Բերված աղյուսակներից կարելի է եզրակացություն անել նաև սղաճի հնարավոր արժեքների բաշխվածության անհամաչափության մասին: Ինչպես տեսնում ենք, մոդը պարունակող միջակայքից դեպի ձախ (նվազման ուղղությամբ) հնարավոր են սղաճի համեմատաբար ավելի քիչ թվով արժեքներ, քան դեպի աջ (աճի ուղղությամբ): Նկատենք նաև, որ և՛ առաջին, և՛ երկրորդ տարբերակներում ձախակողմյան հնարավոր արժեքների հանդես գալու գումարային հավանականությունը (20%) ավելի փոքր է, քան աջակողմյան արժեքներինը (համապատասխանաբար 51% և 37%): Սա վկայում է, որ 2002 թվականին ՀՀ-ում սղաճի ծրագրային ցուցանիշից աճի ուղղությամբ ռիսկերը գերակշռող են, որին մենք եզրահանգել էինք վերը պատկերված հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի միջոցով (գրաֆիկ 4):

Եվ վերջապես, նկատենք, որ առաջին տարբերակում մոդը պարունակող միջակայքում (2% - 3%) և դրանից անմիջապես աջ գտնվող միջակայքում (3% - 4%) սղաճի ընկնելու հավանականությունները իրար բավականին մոտ են: Ուստի երկրորդ տարբերակում տրվել է սղաճի հնարավոր արժեքների մեկ այլ տարանջատում, որի միջոցով առանձնացվել է զգալիորեն ավելի մեծ հավանականություն ունեցող միջակայք (2% - 3,5%):

Եզրակացություն

- Հավանականությունների բաշխման գրաֆիկը պատկերավոր և արդյունավետ մի մեթոդ է՝ ներկայացնելու համար ԿԲ տեսակետը իրադարձությունների զարգացման հետագա ընթացքի և սղաճի վրա դրանց հնարավոր հետևանքների վերաբերյալ,
- Կանխատեսումների հրապարակումը հավանականությունների բաշխման գրաֆիկի տեսքով ԿԲ-ին հնարավորություն է տալիս շրջանցել թափանցիկության և վարկանիշի միջև ընտրության կատարման դժվարին խնդիրը և այն լուծել դրանց միաժամանակյա ապահովման միջոցով:
- ՀՀ-ի համար կառուցված հավանականությունների բաշխման գրաֆիկը ցույց է տալիս, որ սղաճի կանխատեսված արժեքից աճի ուղղությամբ ռիսկերը ապագայում գերակշռող են, որի հիման վրա ՀՀ ԿԲ խորհրդին կարելի է ուղղորդել ճշգրտման ուղղությամբ համապատասխան որոշումների հարցերում:
- Կառուցված գրաֆիկը և համապատասխան մեկնաբանությունները կարող են ներկայացվել դրամավարկային քաղաքականության ծրագրում և սղաճի կիսամյակային հաշվետվություններում:

Հավելված

Նորմալ բաշխման ֆունկցիոնալ տեսքը հետևյալն է.

$$pdf = \frac{1}{\sqrt{2\Pi\sigma^2}}\exp\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

որտեղ՝ μ - բաշխման միջինն է,

σ^2 - դիսպերսիան է,

x – նորմալ բաշխված պատահական փոփոխականը

Երկու կտոր նորմալ բաշխման խտության ֆունկցիան ներկայացվում է հետևյալ կերպ՝[1]

$$f(x;\mu,\sigma_1,\sigma_2) = \begin{cases} A\exp\left\{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma_1^2}\right\} & ,\text{երբ } x \le \mu \\ A\exp\left\{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma_2^2}\right\} & ,\text{երբ } x > \mu\ , \end{cases} \quad (2)$$

որտեղ՝ $A = \left(\sqrt{2\Pi}\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}\right)\right)^{-1}$ - ն նորմավորում է խտության ֆունկցիան այնպես, որ դրա ինտեգրալը հավասար լինի մեկի:

Երկու կտոր նորմալ բաշխումը որոշվում է երեք պարամետրերի միջոցով: Դրանք են՝ մոդը՝ μ, և ստանդարտ շեղման երկու մեծությունները՝ σ_1 և σ_2: Հայտնի է նաև, որ վերոնշյալ բաշխման համար դիսպերսիան և մաթեմատիկական սպասումը որոշվում են հետևյալ արտահայտությունների միջոցով.

$$E(x) = \mu + \sqrt{2/\Pi}\ (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (3)$$

$$V(x) = \left(1 - \frac{2}{\Pi}\right)(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1\sigma_2 \quad (4)$$

Այստեղ ունենք երկու անհայտով երկու հավասարում, որից կարող ենք դուրս բերել հետևյալ հավասարումը՝

$$\sigma_1^2 + b\sigma_1 + c = 0$$

որտեղ՝ $b = \frac{(E(x)-\mu)}{\sqrt{2/\Pi}}$ և $c = -\left[\left(1 - \frac{\Pi}{2}\right)(E(x)-\mu)^2 + v(x)\right]$ (5)

Լուծելով (5) քառակուսային հավասարումը՝ գտնում ենք σ_1-ի արժեքը և տեղադրելով (3) հավասարման մեջ՝ գտնում ենք σ_2-ի արժեքը: Փաստորեն, լուծելով (3 և 4) հավասարումների համակարգը, ստանում ենք երկու-կտոր նորմալ բաշխման երկու անհայտ պարամետրերը՝ σ_1 և σ_2:

[1] *Տես՝ "Continuous Univariate Distribution" by Johnson, Kotz and Balakrishnan (1994). Vol 1. page 173.*

Գրականության ցանկ

1. E. Britton, P. Fisher, and J. Whitley (1997), " The Inflation Report Projections: Understanding the Fan Chart", Bank of England Quarterly Bulletin.
2. "Asymmetric Density Forecasts of Inflation and the Bank of England's Fan Chart" by Kenneth F. Wallis; University of Warwick.
3. Bank of England (1999), "Inflation Report", February 1999
4. "Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets" by Lars E. O. Svensson; Bank of England (1996); Working Paper 56.
5. "Modeling and Forecasting the French Consumer Price Index Components" by Eric Jondeau, Herve Le Bihan and Franck Sedillot, (1999).
6. "Uncertainty Bands for Inflation Forecasts" by Marten Blix and Peter Sellin (1998).
7. "A Bivariate Distribution for Inflation and Output Forecasts" by Marten Blix and Peter Sellin; Sveriges Riksbank; February 15, 2000.
8. "Decomposing Forecast Uncertainty" by Ray Barrell, Karen Dury, Nigel Pain; NIESR; London; (2000)
9. "The Value of Publishing Official Central Bank Forecasts" by Juha Tarkka-David Mayes; Bank of Finland Discussion Papers; (1999).
10. "Modelling the Inflation Process in Thailand" by Atchana Waiquamdee; Bank of Thailand.
11. "Հավանականություն եվ Կիրառական Վիճակագրություն" - Ե. Հարությունյան, Տ. Ղազանչյան, Ն. Մեսրոպյան, Դ. Ասատրյան, Մ. Հարությունյան, Մ. Սահակյան, Հ. Շահումյան.
12. "Հավանականությունների Տեսություն"-- Գ. Հ. Համբարձումյան: